

# **PRISE EN COMPTE DU FROTTEMENT DANS LES ASSEMBLAGES**

## **Table des matières**

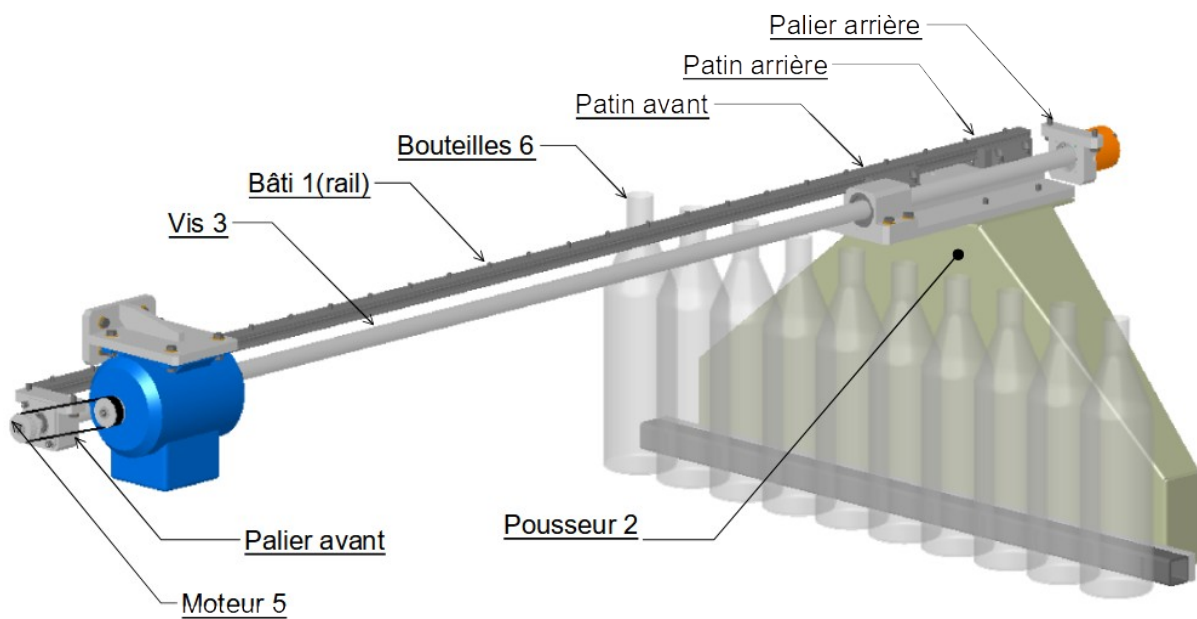
1	Guidage en translation du poussoir de bouteilles.....	2
1.1	Objectif de l'étude.....	2
1.2	Première modélisation : liaison glissière.....	3
1.2.1	Equilibre en l'absence de frottement.....	3
1.2.2	Equilibre en présence de frottement : Loi de Coulomb.....	4
1.3	Deuxième modélisation (2 linéaires annulaires).....	6
1.3.1	Equilibre en l'absence de frottement.....	6
1.3.2	Equilibre en présence de frottement.....	6
1.4	Démarche du calcul.....	7
1.4.1	Démarche à suivre absolument.....	7
1.4.2	Erreur à ne pas commettre.....	8
2	Guidage en rotation de la vis.....	9
2.1	Objectif de l'étude.....	9
2.2	Pivot chargé axialement.....	10
2.3	Pivot chargé radialement.....	11
2.4	Démarche du calcul.....	12
3	Coefficients de frottement (selon le GDI).....	12

## Exemple du pousseur de bouteilles

### 1 Guidage en translation du pousseur de bouteilles

#### 1.1 Objectif de l'étude

On souhaite remplacer les patins à billes par des patins en matériaux plastiques dont le coefficient de frottement est plus important 0,1 au lieu de 0,003. Il est nécessaire de calculer l'influence que cela peut avoir sur l'effort que doit fournir la vis.

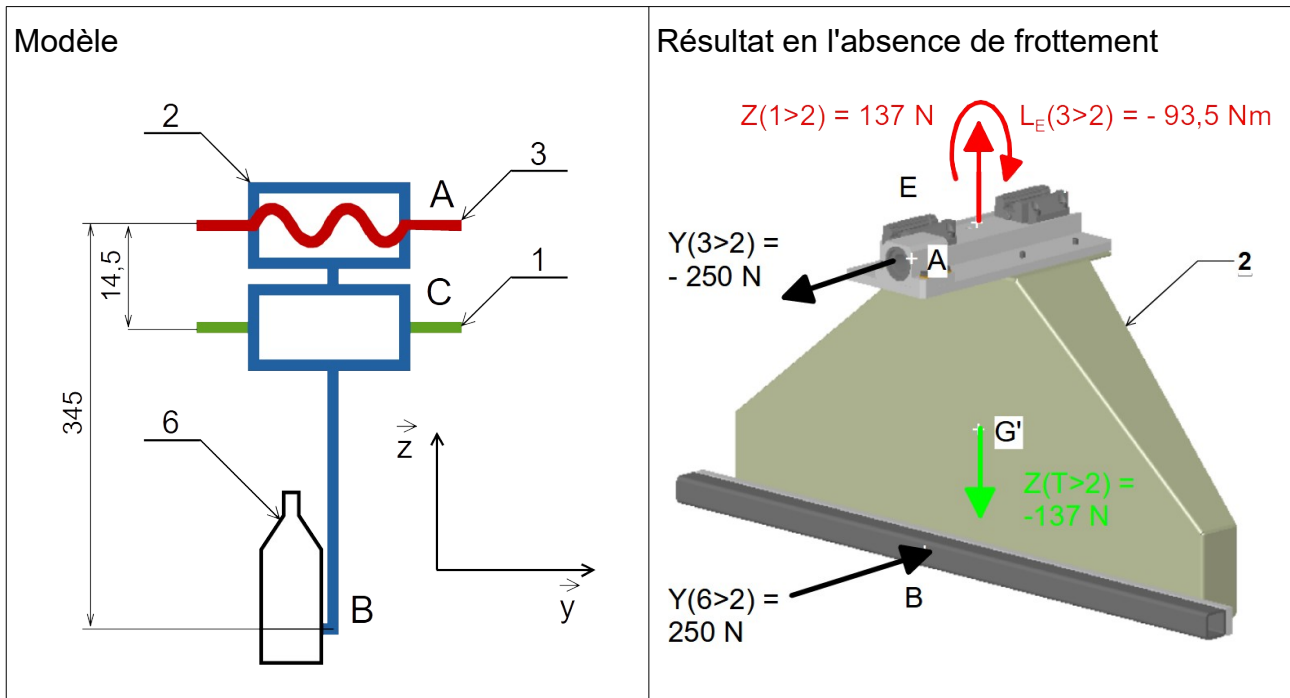


## 1.2 Première modélisation : liaison glissière

### 1.2.1 Equilibre en l'absence de frottement

Etant donné que seul l'effort de traction sur la vis nous intéresse, on réalise une étude plane dans le plan (y,z).

L'étude de l'équilibre du poussoir donne les résultats présentés ci-dessous.

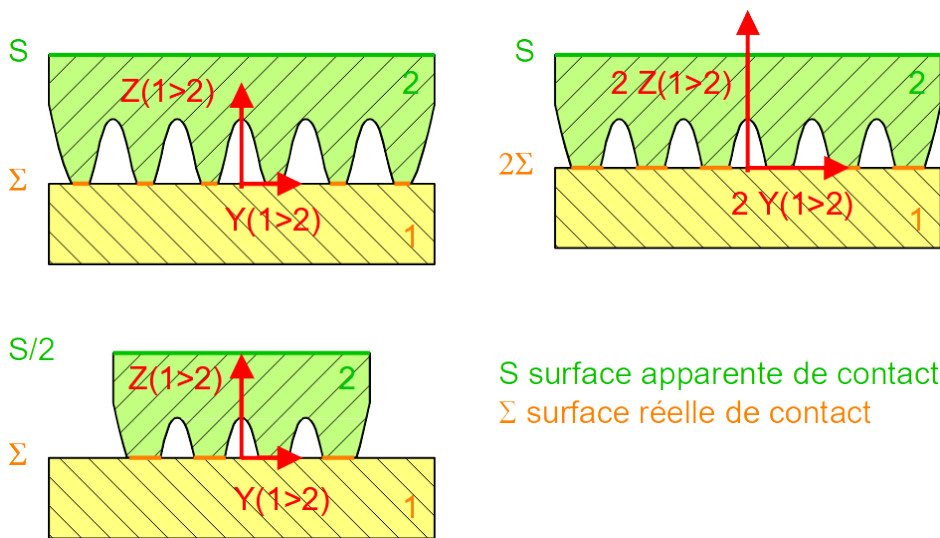


### 1.2.2 Equilibre en présence de frottement : Loi de Coulomb

La présence de frottement dans la glissière implique  $Y(1 \rightarrow 2) \neq 0$  (composante tangentielle aux surfaces en contact).  $Y(1 \rightarrow 2)$  s'oppose au mouvement du pousseur.

$Y(1 \rightarrow 2)$  dépend de  $Z(1 \rightarrow 2)$  (composante normale aux surfaces en contact), mais aussi des matériaux en contact et de la lubrification (facteurs regroupés dans le coefficient de frottement).

Il ne dépend pas de la surface apparente du contact mais de la surface réelle (voir ci-dessous un détail de la surface en contact montrant les aspérités du matériau).



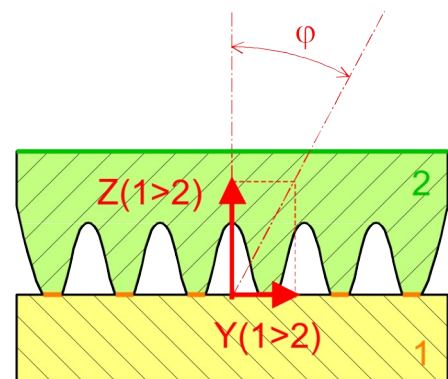
L'effet du frottement est modélisé par la loi de Coulomb :  
 où  $\mu$  est le coefficient de frottement (sans dimension).

$$|Y(1 \rightarrow 2)| \leq \mu |Z(1 \rightarrow 2)|$$

- S'il y a glissement  $|Y(1 \rightarrow 2)| = \mu |Z(1 \rightarrow 2)|$   
 $Y(1 \rightarrow 2)$  s'oppose au mouvement  
 il y a frottement.
- Si il n'y a pas glissement,  
 $|Y(1 \rightarrow 2)| < \mu |Z(1 \rightarrow 2)|$   
 $Y(1 \rightarrow 2)$  assure l'équilibre de 2  
 il y a adhérence.

Traduction graphique :

- L'axe de la résultante peut s'incliner par rapport à sa position initiale d'un angle  $< \varphi$  afin d'assurer l'équilibre.
- Si cela ne suffit pas, il y a mouvement, et il s'incline de l'angle  $\varphi$ .



$\varphi$  est appelé angle de frottement avec la relation  $\mu = \text{tg}(\varphi)$

Exemple du pousseur

On ajoute l'inconnue  $Y(1 \rightarrow 2)$  dans l'équation d'équilibre  $\sum Y(\dots \rightarrow 2) = 0$ .

On ajoute l'équation obtenue à partir de la loi de Coulomb dans le cas où il y a glissement :

$$|Y(1 \rightarrow 2)| = 0,1 \times |Z(1 \rightarrow 2)|$$

Le fait que  $Y(1 \rightarrow 2)$  s'oppose au mouvement implique qu'il soit positif alors que  $Z(1 \rightarrow 2)$  est lui même positif, donc :

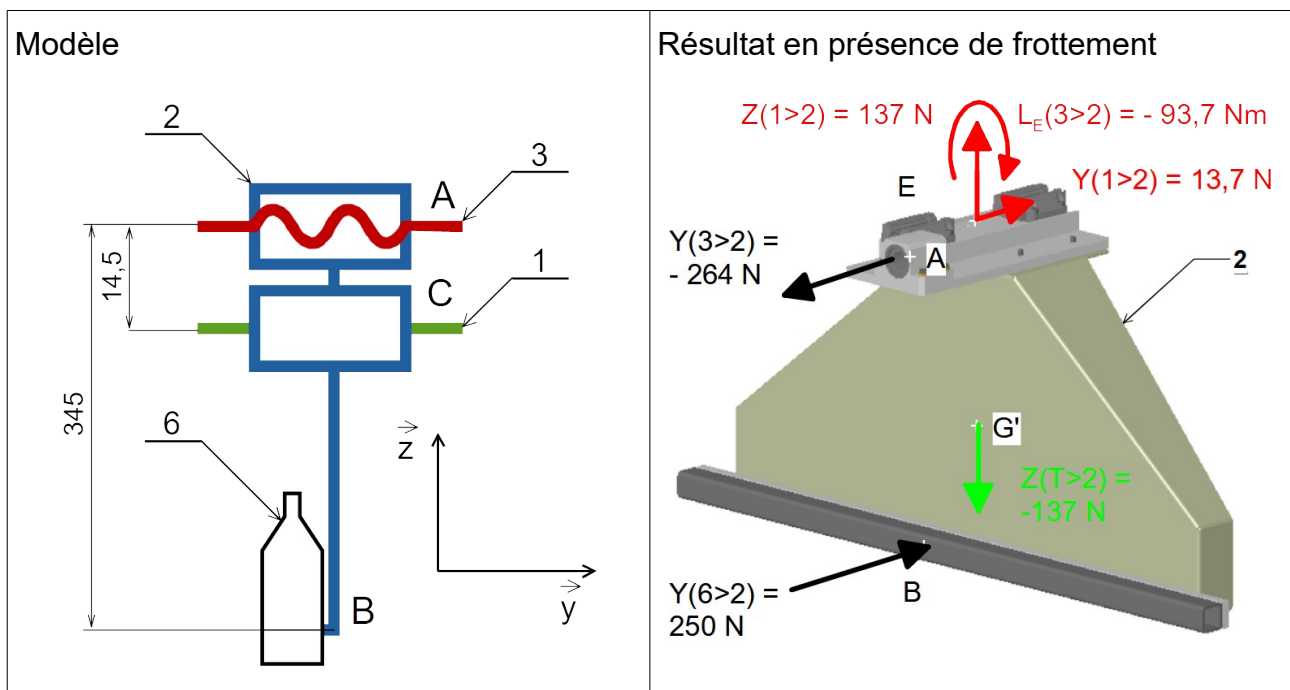
$$Y(1 \rightarrow 2) = + 0,1 \times Z(1 \rightarrow 2)$$

soit

$$Y(1 \rightarrow 2) - 0,1 \times Z(1 \rightarrow 2) = 0$$

Cette équation supplémentaire nous permet de résoudre le système malgré l'ajout d'une inconnue.

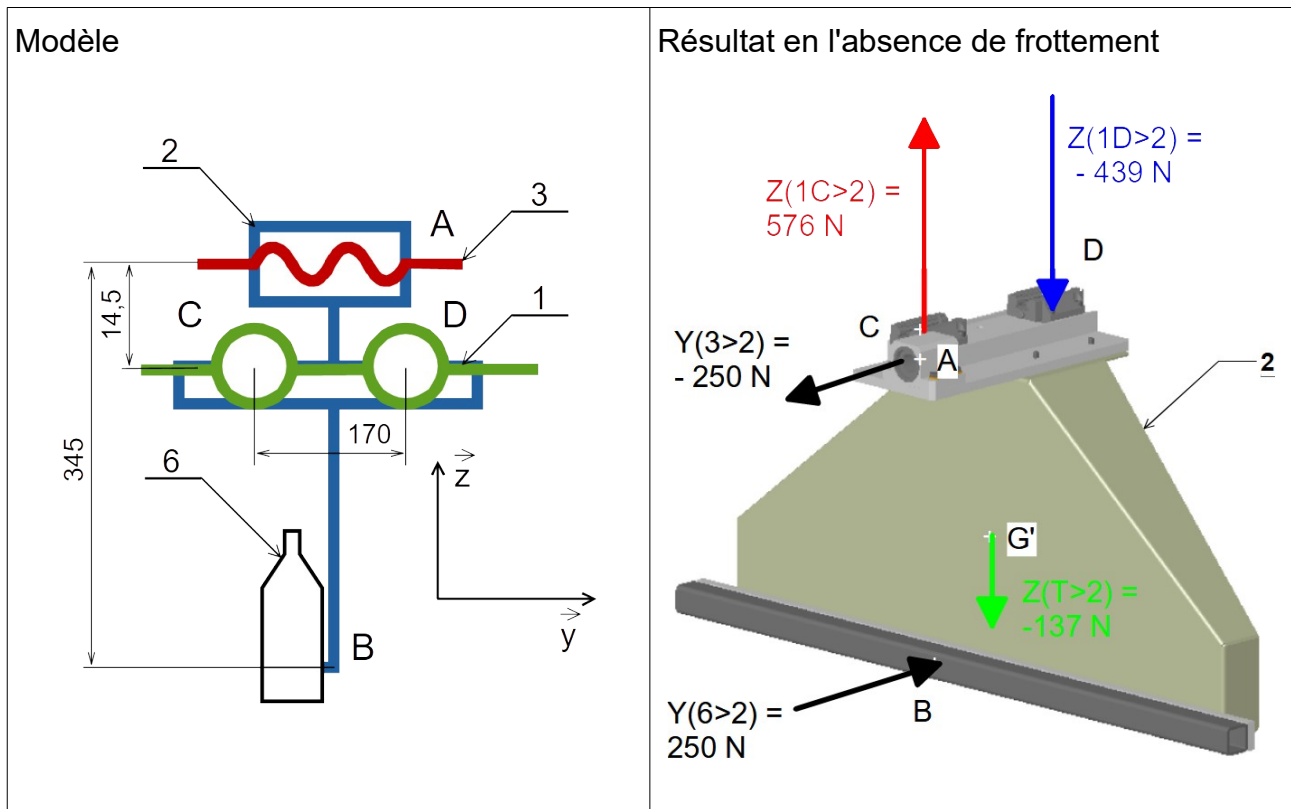
On obtient une valeur de l'effort de traction du au frottement de 14 N.



### 1.3 Deuxième modélisation (2 linéaires annulaires)

#### 1.3.1 Equilibre en l'absence de frottement

L'étude de l'équilibre du poussoir donne les résultats présentés ci-dessous.



#### 1.3.2 Equilibre en présence de frottement

On ajoute les deux inconnues  $Y(1C \rightarrow 2)$  et  $Y(1D \rightarrow 2)$  dans les équations d'équilibre  $\Sigma Y(\dots \rightarrow 2) = 0$  et  $\Sigma L(\dots \rightarrow 2) = 0$ .

On ajoute les deux équations obtenues à partir de la loi de Coulomb dans le cas où il y a glissement :

$$|Y(1C \rightarrow 2)| = 0,1 \times |Z(1C \rightarrow 2)| \text{ et } |Y(1D \rightarrow 2)| = 0,1 \times |Z(1D \rightarrow 2)|$$

Le fait que  $Y(1C \rightarrow 2)$  s'oppose au mouvement implique qu'il soit positif alors que  $Z(1C \rightarrow 2)$  est lui même positif, donc :

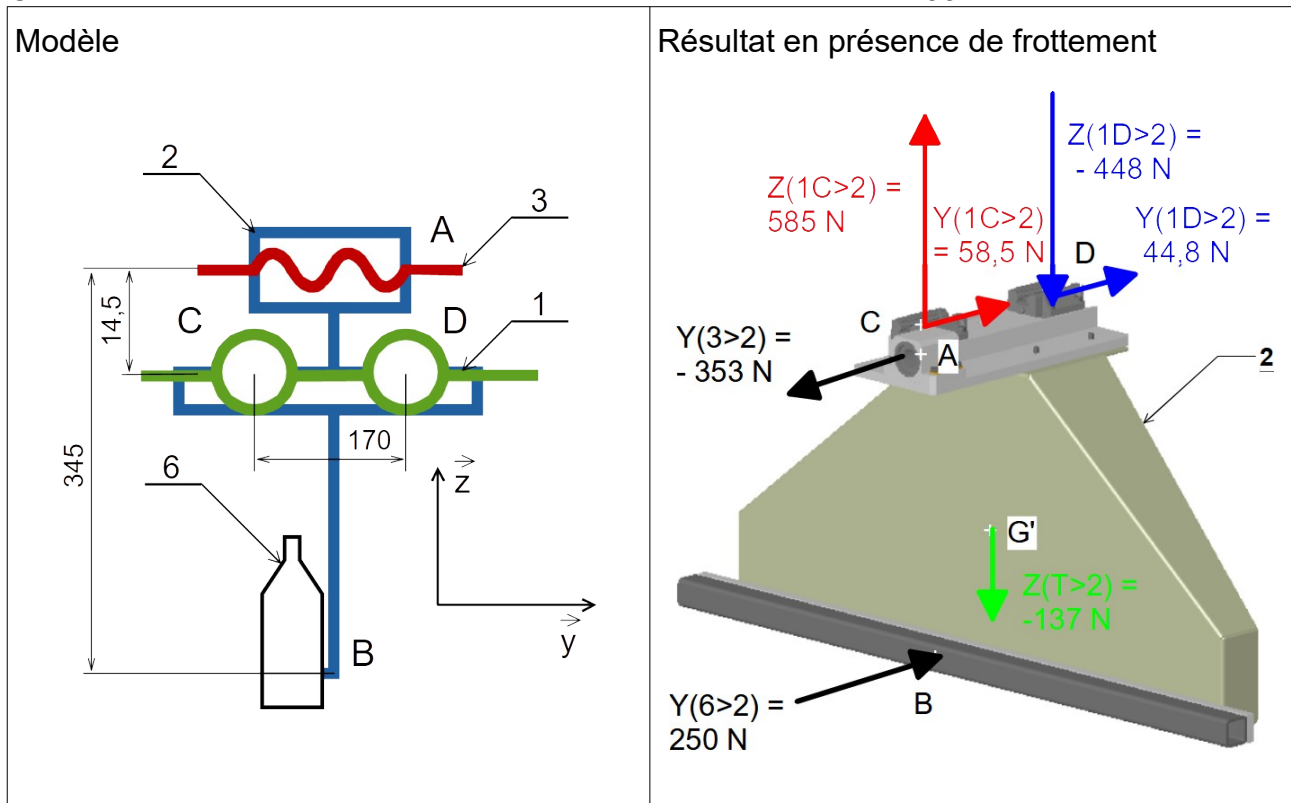
$$Y(1C \rightarrow 2) = + 0,1 \times Z(1C \rightarrow 2) \text{ soit } Y(1C \rightarrow 2) - 0,1 \times Z(1C \rightarrow 2) = 0$$

Par contre,  $Y(1D \rightarrow 2)$  est positif alors que  $Z(1D \rightarrow 2)$  est négatif, ce qui implique :

$$Y(1D \rightarrow 2) = - 0,1 \times Z(1D \rightarrow 2) \text{ soit } Y(1D \rightarrow 2) + 0,1 \times Z(1D \rightarrow 2) = 0$$

Ces deux équations supplémentaires nous permettent de résoudre le système malgré l'ajout de deux inconnues.

On obtient une valeur de l'effort de traction du au frottement de 103 N.



### 1.4 Démarche du calcul

On voit que selon la modélisation choisie, les résultats peuvent être totalement différents. La prise en compte correcte du frottement, nécessite une démarche rigoureuse.

#### 1.4.1 Démarche à suivre absolument

- Utiliser le modèle le plus proche possible des contacts réels (deux linéaires annulaires au lieu d'une glissière dans notre cas).
- Réaliser une étude de l'équilibre sans frottement afin de déterminer le sens des composantes normales (ici  $Z(1C \rightarrow 2)$  et  $Z(1D \rightarrow 2)$ ).
- Prendre en compte le sens du mouvement ou de l'intention de mouvement pour déterminer le sens des composantes tangentielles (ici  $Y(1C \rightarrow 2)$  et  $Y(1D \rightarrow 2) \geq 0$ ).
- Etablir les équations liées à la loi de Coulomb en adoptant les signes qui conviennent entre les composantes normales et tangentielles.  
(ici  $Y(1C \rightarrow 2) - 0,1 \times Z(1C \rightarrow 2) = 0$  et  $Y(1D \rightarrow 2) + 0,1 \times Z(1D \rightarrow 2) = 0$ )
- Réaliser une seconde étude de l'équilibre du système matériel en ajoutant les inconnues liées au frottement et les équations issues de la loi de Coulomb.

### 1.4.2 Erreur à ne pas commettre

On ne peut pas se contenter de

- réaliser une étude de l'équilibre sans frottement afin de déterminer les composantes normales (ici  $Z(1C \rightarrow 2)$  et  $Z(1D \rightarrow 2)$ ),
- puis d'appliquer la loi de Coulomb pour trouver les composantes tangentielles (ici  $Y(1C \rightarrow 2)$  et  $Y(1D \rightarrow 2)$ ).

Dans notre cas nous trouverions  $Y(1C \rightarrow 2) = 57,6 \text{ N}$  et  $Y(1D \rightarrow 2) = 43,9 \text{ N}$  et donc un effort de traction sur la vis augmenté de  $101,5 \text{ N}$  au lieu de  $103 \text{ N}$ .

En effet, le frottement entraîne une augmentation de l'effort de traction de la vis et en conséquence une augmentation des composantes normales qui à son tour entraîne une augmentation des composantes tangentielles. C'est le phénomène de coincement.

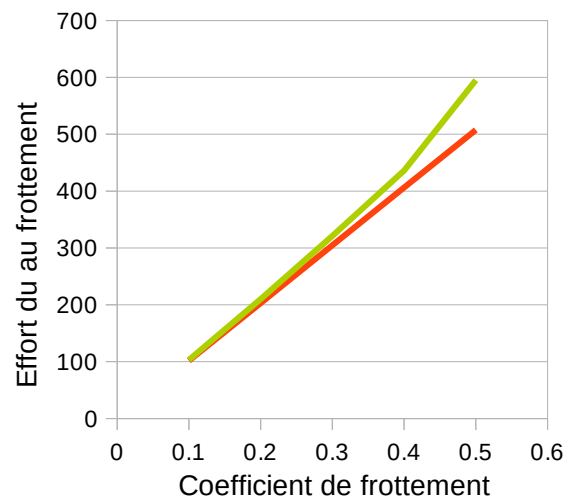
Seul un nouvel équilibre permet de déterminer correctement les actions dans le mécanisme.

Dans l'exemple ci-dessus la différence entre les deux méthodes de calcul est minime.

Mais en fonction du coefficient de frottement et des dispositions constructives, ce phénomène de coincement peut conduire à une augmentation très significative du frottement.

Si l'on emploie la méthode de calcul correcte l'effort dû au frottement n'est pas proportionnel au coefficient de frottement.

Bonne méthode de calcul  
Mauvaise méthode de calcul

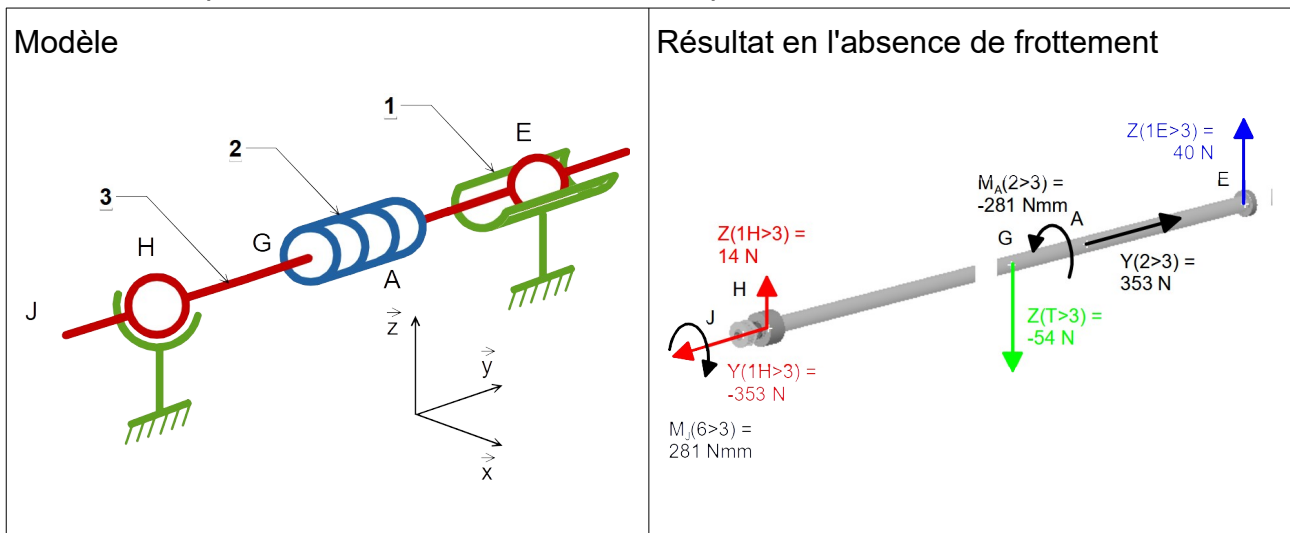


## 2 Guidage en rotation de la vis

### 2.1 Objectif de l'étude

On souhaite remplacer les roulements à billes qui guident la vis en rotation par des coussinets en bronze fritté lubrifiés à la graisse dont le coefficient de frottement est plus important : 0,05 au lieu de 0,001. Il est nécessaire de calculer l'influence que cela peut avoir sur le couple que doit fournir le moteur.

L'étude de l'équilibre de la vis donne les résultats présentés ci-dessous.



En l'absence de frottement les composantes  $M_H(1H \rightarrow 3)$  et  $M_E(1E \rightarrow 3)$  sont nulles. Ce ne sera plus le cas si l'on prend en compte le frottement dans ces deux liaisons.

## 2.2 Pivot chargé axialement

Exemple du coussinet qui réalise l'arrêt axial de la vis en H.

La bague d'arrêt fixée sur la vis 3 appuie et glisse sur la collerette du coussinet 1.

Soit une surface élémentaire  $\delta S$  de cette collerette.

L'effort normal élémentaire  $\delta Y(1H \rightarrow 3)$  engendre :

- une pression de contact  $p$  sur la surface  $\delta S$

$$\delta Y(1H \rightarrow 3) = p \times \delta S$$

- un effort tangentiel élémentaire dû au frottement

$$\delta Z(1H \rightarrow 3) = \mu \delta Y(1H \rightarrow 3) = \mu \times p \times \delta S$$

- et un moment élémentaire correspondant en H

$$\begin{aligned} \delta M_H(1H \rightarrow 3) &= R_{\text{moy}} \times \delta Z(1H \rightarrow 3) \\ &= R_{\text{moy}} \times \mu \times p \times \delta S \end{aligned}$$

Le moment total se calcule par l'intégration des efforts élémentaires sur la surface  $S$  de la collerette (la pression  $p$  y est supposée constante) :

$$M_H(1H \rightarrow 3) = R_{\text{moy}} \times \mu \times p \times S = R_{\text{moy}} \times \mu \times Y(1H \rightarrow 3)$$

Pour un anneau :

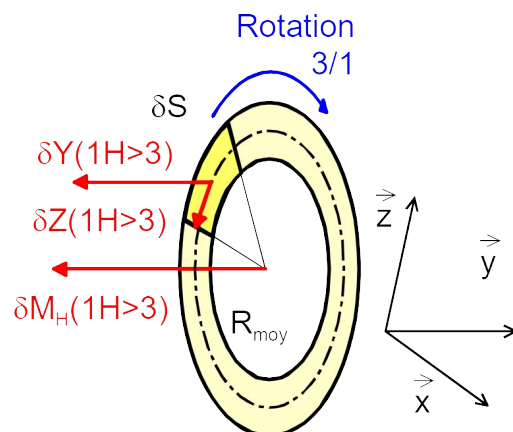
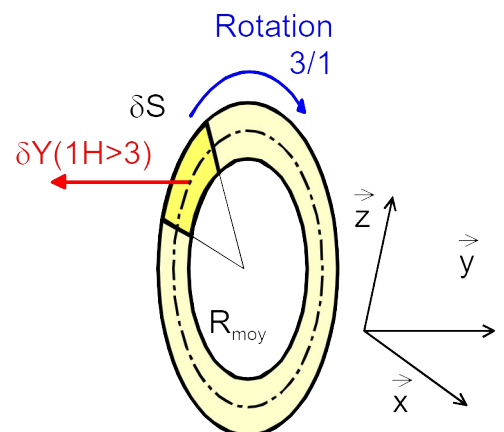
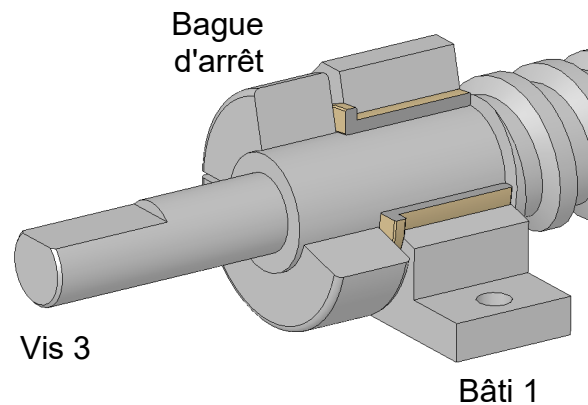
$$R_{\text{moy}} = (R_{\text{ext}} + R_{\text{int}}) / 2 = (D_{\text{ext}} + D_{\text{int}}) / 4$$

Application numérique :

pour  $Y(1H \rightarrow 3) = -353 \text{ N}$  ;  $\mu = 0,05$  ;  $D_{\text{ext}} = 22 \text{ mm}$  &  $D_{\text{int}} = 18 \text{ mm}$  on obtient

$$R_{\text{moy}} = 10 \text{ mm} \text{ et } M_H(1H \rightarrow 3) = -176 \text{ N mm}$$

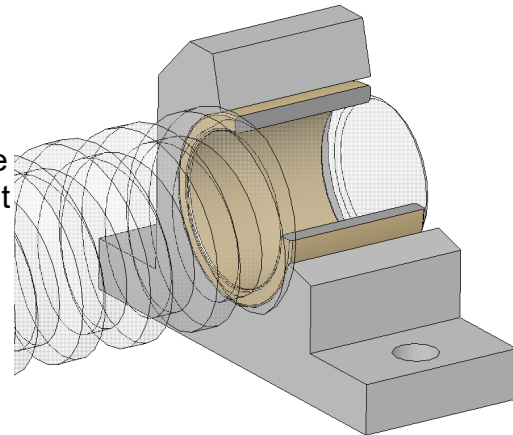
Le frottement sur cette collerette augmenterait le couple nécessaire de 62 %.



### 2.3 Pivot chargé radialement

Exemple du coussinet qui réalise le guidage en rotation de la vis en E (le calcul sera identique en H).

Du fait du jeu entre les deux pièces, on suppose que le contact entre l'arbre et le coussinet se fait en un point. Ce contact transmet  $Z(1E \rightarrow 3)$ . Sans frottement, le point d'application de cet effort est en P.



Le frottement fait « grimper » l'arbre dans le coussinet. Le point d'application de l'effort se déplace en P'.

L'inclinaison  $\varphi$  entre la résultante  $R(1E \rightarrow 3)$  et la normale aux surfaces en contact est ainsi respectée.

Le moment généré en E par cette action décalée est

$$M_E(1E \rightarrow 3) = -Z(1E \rightarrow 3) \times R \sin(\varphi)$$

Pour  $\varphi$  petit ( $< 10^\circ$ ) :  $\sin(\varphi) \approx \tan(\varphi) = \mu$

$$M_E(1E \rightarrow 3) = -Z(1E \rightarrow 3) \times R \times \mu$$

Le signe de  $M_E(1E \rightarrow 3)$  n'est pas déterminé par le calcul. Il est déterminé en se rappelant qu'il doit s'opposer à la rotation de 3/1.

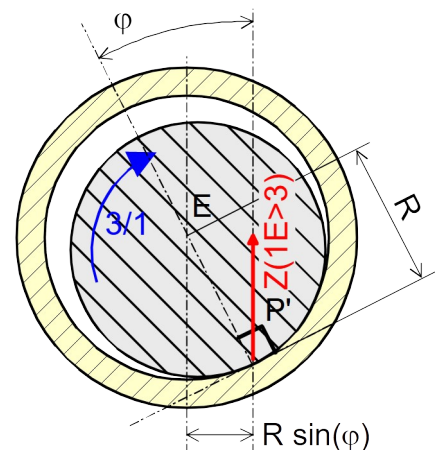
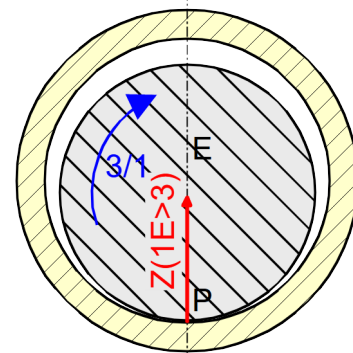
Applications numériques :

pour  $Z(1E \rightarrow 3) = 40 \text{ N}$  ;  $\mu = 0,05$  ;  $D_{\text{int}} = 18 \text{ mm}$ , on obtient

$$R = 9 \text{ mm et } M_E(1E \rightarrow 3) = 18 \text{ N mm}$$

pour  $Z(1H \rightarrow 3) = 14 \text{ N}$  ;  $\mu = 0,05$  ;  $D_{\text{int}} = 18 \text{ mm}$  on obtient

$$M'_H(1H \rightarrow 3) = 6,3 \text{ N mm}$$



Le frottement radial sur ces coussinets augmenterait le couple nécessaire de 8,6 %.  
En tout, le frottement (axial et radial) dans le guidage de la vis augmenterait le couple de 71 %

## 2.4 Démarche du calcul

Dans la démarche suivie ci-dessus, on pourrait croire que l'on adopte la mauvaise méthode de calcul qui consiste à réaliser un équilibre de la vis sans prendre en compte le frottement puis à appliquer la loi de Coulomb sur les résultats obtenus.

Ce n'est pas le cas mais cela revient au même dans notre exemple. En effet, les composantes issues du frottement  $M_E(1E \rightarrow 3)$ ,  $M_H(1H \rightarrow 3)$  et  $M'_H(1H \rightarrow 3)$  n'entrent pas dans les équations d'équilibre des composantes Y et Z. Elles ne modifient ni  $Y(1H \rightarrow 3)$ , ni  $Z(1E \rightarrow 3)$ , ni  $Z(1H \rightarrow 3)$ .

La démarche correcte reste cependant la même :

- réaliser une étude de l'équilibre sans frottement afin de déterminer le sens des composantes qui génèrent du frottement (ici  $Y(1H \rightarrow 3)$ ,  $Z(1H \rightarrow 3)$  et  $Z(1E \rightarrow 3)$ ),
- établir les équations liées à la loi de Coulomb en adoptant les signes qui conviennent pour l'obtention des couples, (ici  $M_E(1E \rightarrow 3) + Z(1E \rightarrow 3) \times R \times \mu = 0$ ,  $M_H(1H \rightarrow 3) - R_{\text{moy}} \times \mu \times Y(1H \rightarrow 3) = 0$ , ...)
- réaliser une seconde étude de l'équilibre du système matériel en ajoutant les inconnues liées au frottement et les équations issues de la loi de Coulomb.

## 3 Coefficients de frottement (selon le GDI)

Couple de matériaux	Conditions de lubrification	$\mu$	$\varphi^\circ$
Acier / Fonte Acier / Bronze	Surfaces sèches	0,19	10,7
	Surfaces grasses	0,16	9,1
	Surfaces graissées	0,10	5,7
Fonte / Fonte Fonte / Bronze	Surfaces sèches	0,21	11,8
	Surfaces grasses	0,15	8,5
	Surfaces graissées	0,07	4,0
Acier trempé / Bronze	Graissage moyen	0,10	5,7
	Graissage sous pression	0,05	2,9
Acier trempé / Acier trempé	Graissage moyen	0,10	5,7
	Graissage abondant	0,07	4,0
	Graissage sous pression	0,05	2,9
Coussinet fritté / Acier	Lubrifié à la graisse	0,05	2,9
	Lubrifié à l'huile	0,01	0,6
PA 6.6 / Acier PA 11 / Acier PC / Acier PTFE / Acier	Surfaces sèches	0,4	21,8
		0,35	19,3
		0,55	28,8
		0,22	12,4